

THERMIQUE

Introduction à la Thermique

3 modes de transmission

- Conduction
- Convection
- Rayonnement

Problème

λ dépend de la température

$$P = hS (T_1 - T_2)$$

P : Puissance thermique échangée entre 2 milieux de température T1 et T2 (W)

h : coefficient de transfert de la chaleur (W/m².K)

$$T(K) = t(^{\circ}C) + 273,16$$

1°) Conduction

- Transformation par contact moléculaire

(les particules les plus énergétiques vers les moins énergétiques $\leftrightarrow$ du « plus chaud » vers le « plus froid »)

- Existe à partir du moment où il existe un gradient de température

Puissance échangée obéit à la loi expérimentale de Fourier

$$\Phi = - \lambda S \text{ grad } T$$

λ : Conductibilité thermique du matériau (W / m . K)

S : Section de passage du flux de chaleur en m²

Φ : Flux de chaleur (W)

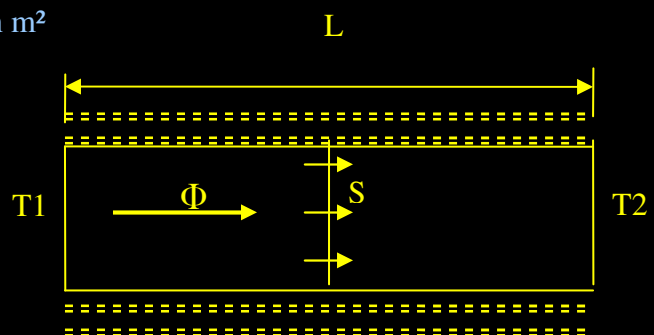
S : Surface de conduction

L : Longueur de conduction

T1 : Température de départ

T2 : Température d'arrivée

T1 > T2



Loi expérimentale de Fourier

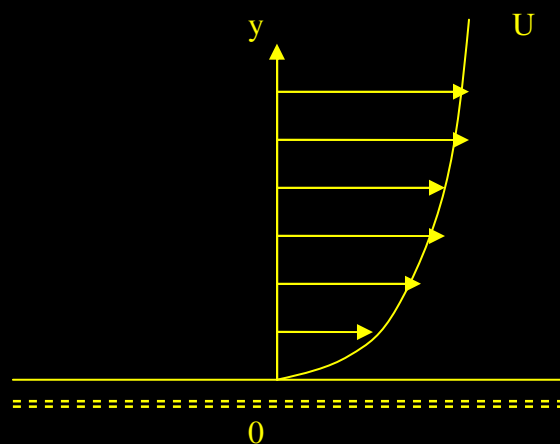
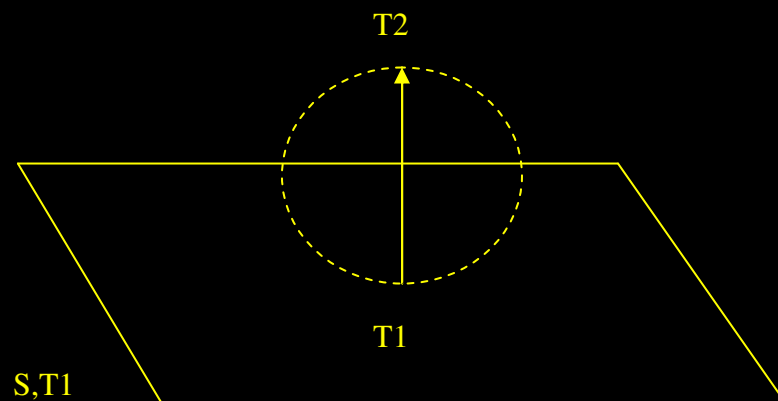
$$\Phi = -\lambda \text{ grad } T \quad \rightarrow \quad \text{grad } T = (dT/dx) \mathbf{e}_x + (dT/dy) \mathbf{e}_y + (dT/dz) \mathbf{e}_z$$

λ : conductibilité thermique du matériau

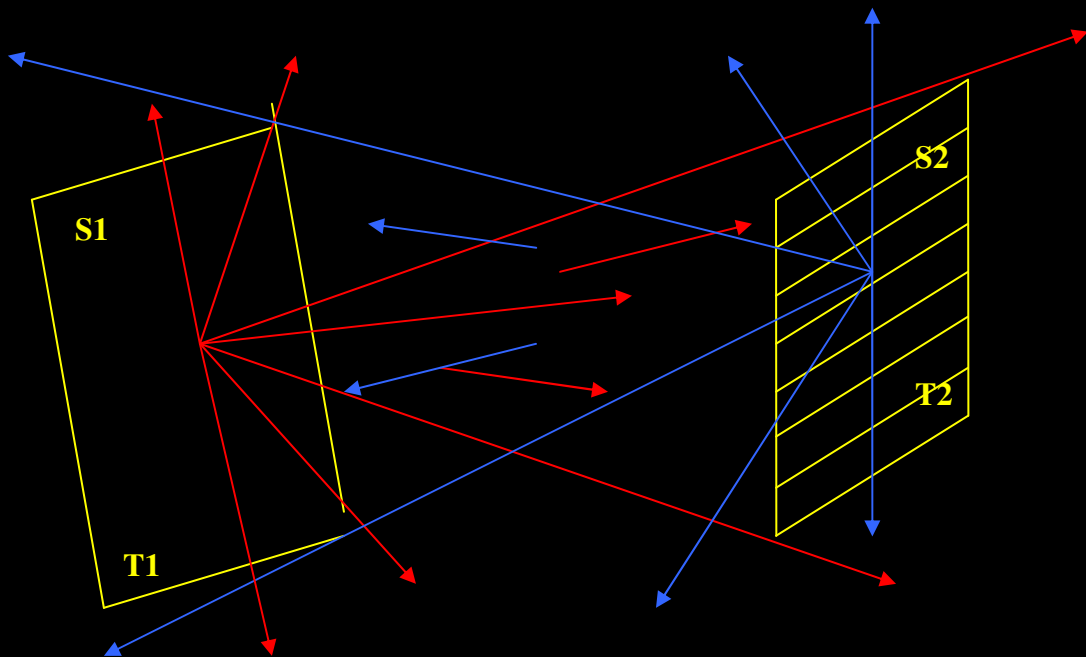
$$P = (\lambda / L) \cdot S \cdot (T_1 - T_2)$$

$\lambda / L = h = f$ (propriété du fluide, condition d'écoulement)

2°) Convection



3° Rayonnement



$$P = h S_1 (T_1 - T_2)$$

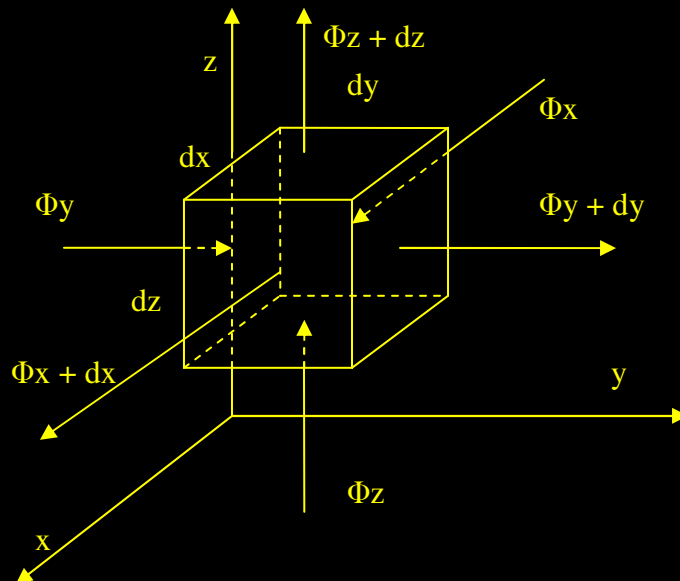
h = fonction du rapport entre le flux émis par S1 vers S2 et le flux total émis par S1
 $\hookrightarrow$ facteur de forme géométrique

Equation de diffusion de la chaleur

Conduction Stationnaire

Densité de flux (W/m²)

$$\begin{aligned}\Phi_x + d\Phi_x &= \Phi_x + d\Phi_x \\ \Phi_y + d\Phi_y &= \Phi_y + d\Phi_y \\ \Phi_z + d\Phi_z &= \Phi_z + d\Phi_z\end{aligned}$$



Flux de conduction

Loi expérimentale de Fourier

$$P = -\lambda S \text{ grad } T$$

$$\Phi = -\lambda \text{ grad } T \quad \left\{ \begin{array}{l} d\Phi_x = -\lambda \partial T / \partial x \\ d\Phi_y = -\lambda \partial T / \partial y \\ d\Phi_z = -\lambda \partial T / \partial z \end{array} \right.$$

$$dx \cdot dy \cdot dz \cdot \rho \cdot C_p \cdot \partial T / \partial t = -d\Phi_x \cdot dy \cdot dz - d\Phi_y \cdot dx \cdot dz - d\Phi_z \cdot dx \cdot dy + \sigma \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

Masse
Volumique
(Kg/m³)

Chaleur
spécifique
J/(Kg · K)

K/s

W/m³

$$/ dx \cdot dy \cdot dz \Rightarrow \rho \cdot C_p \cdot \partial T / \partial t = -d\Phi_x / dx - d\Phi_y / dy - d\Phi_z / dz + \sigma$$

$$\rho \cdot C_p \cdot \partial T / \partial t = \partial / \partial x (\lambda \partial T / \partial x) + \partial / \partial y (\lambda \partial T / \partial y) + \partial / \partial z (\lambda \partial T / \partial z) + \sigma$$

$$\rho \cdot C_p \cdot \partial T / \partial t = \text{Div} (\lambda \text{ Grad } T) + \sigma$$

Cas particuliers

- Régime permanent

$$\text{Div} (\lambda \text{ Grad } T) + \sigma = 0$$

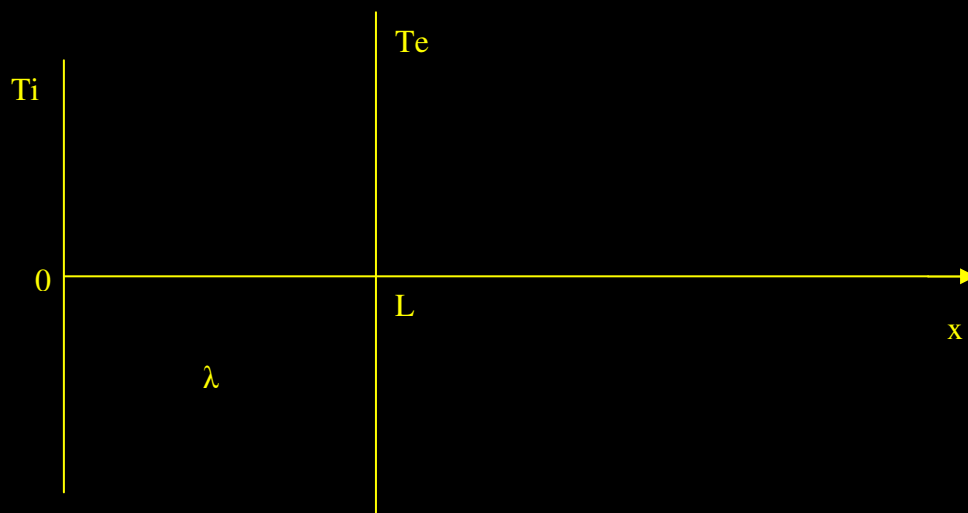
- Régime permanent sans terme source

$$\text{Div} (\lambda \text{ Grad } T) = 0$$

- Régime permanent sans terme source + $\lambda = \text{constante}$

$$\Delta T = 0$$

Conduction unidimensionnelle (cas du mur plan : Largeur et hauteur >>>> épaisseur)



Calcul de la puissance qui passe à travers le mur

=> Loi de Fourier

=> Grad T

Il faut calculer T (x)

$$\frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{Avec } x = 0, T = T_i ; x = L, T = T_e$$

$$T = a \cdot x + b \quad \text{Avec } b = T_i, a = (T_e - T_i) / L$$

$$T(x) = (T_e - T_i) \cdot x / L + T_i$$

$$\text{Grad} (T(x)) = (T_e - T_i) / L$$

$$\Phi = -\lambda (T_e - T_i) / L$$

$$P = \Phi S$$

$$P = -\lambda \cdot (T_e - T_i) \cdot S / L$$

$$P = (\lambda \cdot S / L) (T_i - T_e)$$

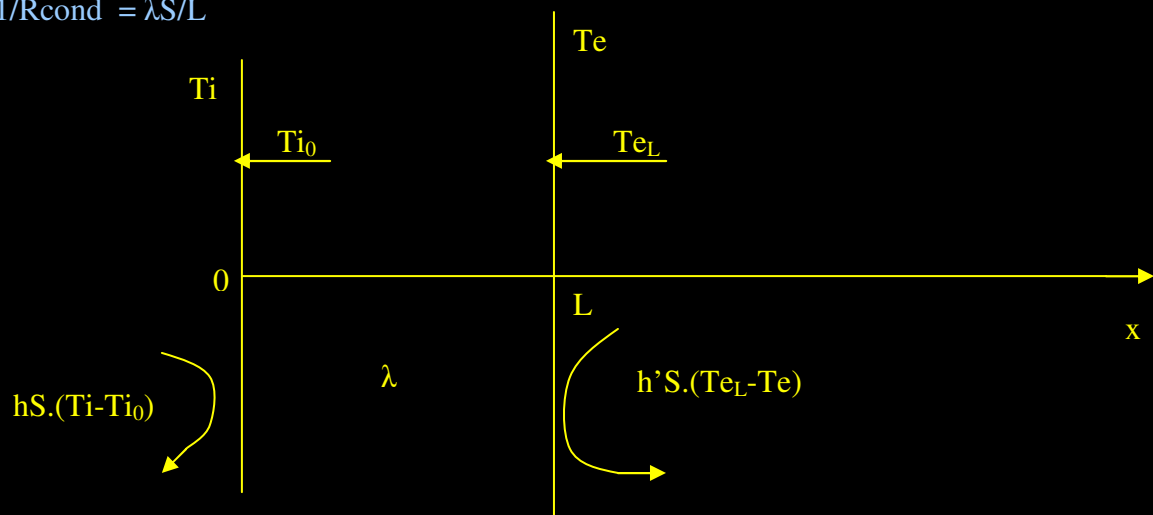
Analogies électriques

$$\Delta U = RI \quad \Leftrightarrow \quad \Delta T = (L/\lambda S) \cdot P$$

$$\Delta U \Leftrightarrow \Delta T$$

$$I \Leftrightarrow P$$

$$1/R_{\text{cond}} = \lambda S/L$$

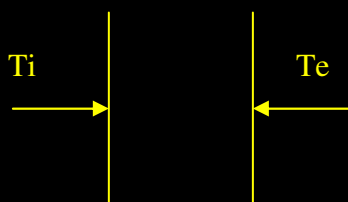


$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \text{ avec en } x = 0, \quad x = L,$$

$$\begin{aligned} h S (T_i - T_{i0}) &= (\lambda S / L) (T_{i0} - T_{eL}) \\ (\lambda S / L) (T_{i0} - T_{eL}) &= h' S (T_{eL} - T_e) \end{aligned}$$

$$h S (T_i - T_{i0}) = -\lambda S \, dT / dx$$

$$-\lambda S \, dT / dx = h' S (T_{eL} - T_e)$$



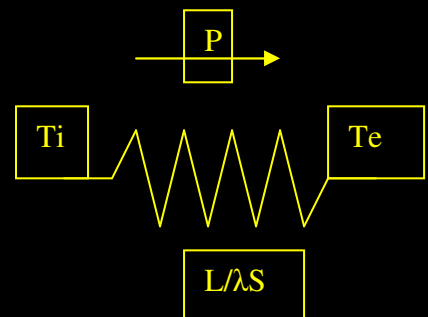
$$P = (\lambda \cdot S / L) (T_i - T_e)$$

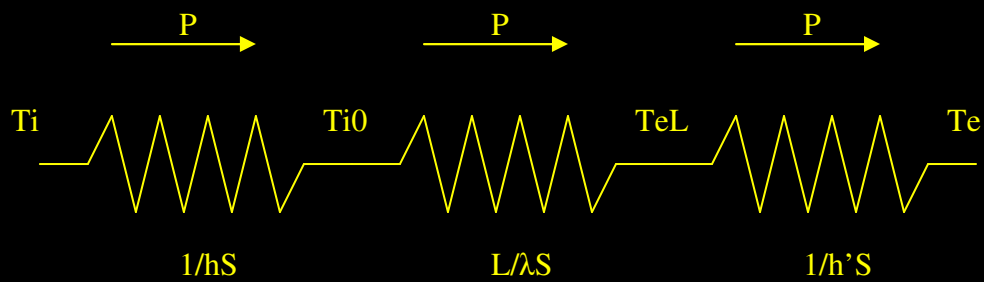
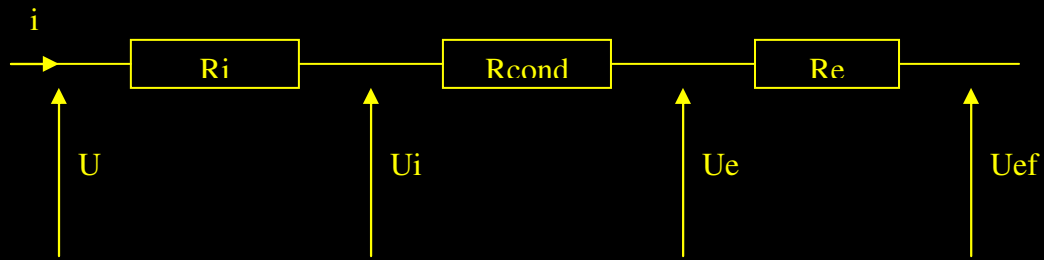
$$\updownarrow$$

I

$$\updownarrow$$

 ΔU

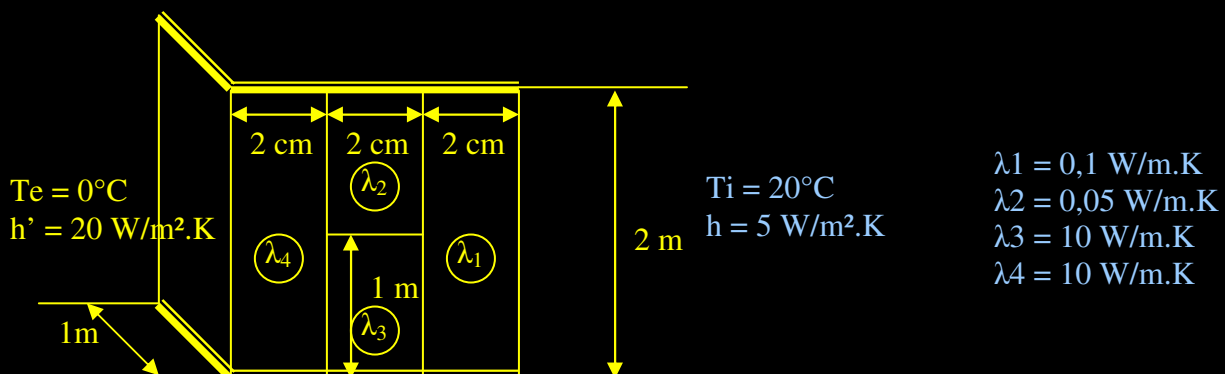




$$R_{eq} = 1/h_s + 1/h' \cdot S + 1/\lambda S$$

$$P = (1 / (1 / h \cdot S + 1 / h' \cdot S + 1 / \lambda \cdot S)) \cdot (T_i - T_e)$$

Exercise



Calculer la puissance transmise entre T_i et T_e

inclure scans 359à355

Définitions

Émetteur

- Intensité
 - Luminance
- } directionnel

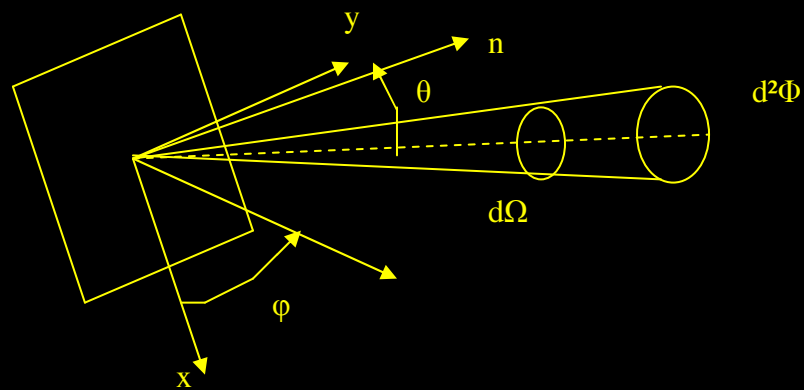
- Émittance

Récepteur

- Éclairement

} W / m² hémisphérique

Grandeur relatives à l'émission d'un rayonnement



1°) Intensité (W / sr)

$$d I = d^2 \Phi / d \Omega$$

2°) Luminance (W / sr . m²)

$$L_{0x} = d^2 \Phi / (d S . \cos \theta . d \Omega) = L (\theta , \varphi)$$

$$d^2 \Phi = L_0 x . d \Omega . d S . \cos \theta$$

$$\Phi = S . d S . L . S . d \Omega . d \Omega . \cos \theta$$

Corps suivant la loi de Lambert

Corps isotrope $\rightarrow$ luminance identique dans toutes les directions

3°) Emittance (W / m²)

Flux émis par d S dans toutes les directions

$$M = d \Phi / d S$$

Relation entre émittance et luminescence

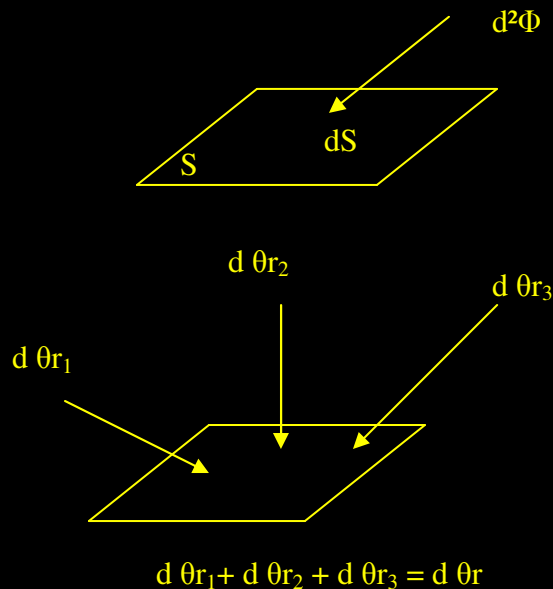
$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L (\theta , \varphi) . \cos \theta . d \Omega . d S$$

$M = \pi \cdot L$ pour un corps isotrope du point de vue rayonnement

Grandeurs relatives à la réception d'un rayonnement

1°) Eclairement (W / m²)

C'est la puissance reçue par unité de surface



$$d E = d^2 \Phi / d S$$

$$E_r = d \Phi_r / d S$$

Relation entre Luminance et éclairement

Loi de Booguer

{ SHAPE * MERGEFORMAT }

$$d^2 \Phi_{12} = L_1 dC_{12} dS_1 \cos \theta_2 \quad \text{avec} \quad C_{12} = dS_2 \cos \theta_1 / r^2$$

$$d^2 \Phi_{12} = L_1 dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2 / r^2$$

$$d E_2 = L_1 dS_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 / r^2 = d^2 \theta_{1-2} / d S_2$$

Application

Calculer le flux solaire par unité de surface qui arrive sur la terre hors atmosphère

Données :

distance (terre – soleil) : $149 \cdot 10^6$ km

Rayon du soleil : 697 000 km

On considère que l'émittence du soleil est isotrope et suit la loi

$$M = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^8$$

$$T = 5800 \text{ K}$$

$$M = 641,6 \cdot 10^{21} \text{ W / m}^2$$

$$\begin{aligned} L &= M/\Pi \\ &= 5,67 \cdot 10^8 \cdot 5800^4 / \Pi \\ &= 204242049798153580039995,88570478 \\ &= 204,2420 \cdot 10^{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= L / d^2 \\ &= 204 \cdot 10^{21} / (149 \cdot 10^9)^2 \\ &= 9,1990 \text{ W / m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \int M dS \\ &= 32886 \cdot 10^{12} \text{ W} \end{aligned}$$

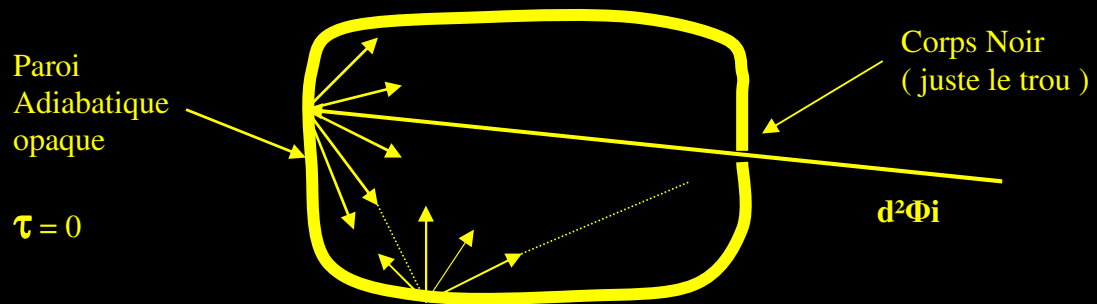
Concept de corps noir

{ SHAPE * MERGEFORMAT }

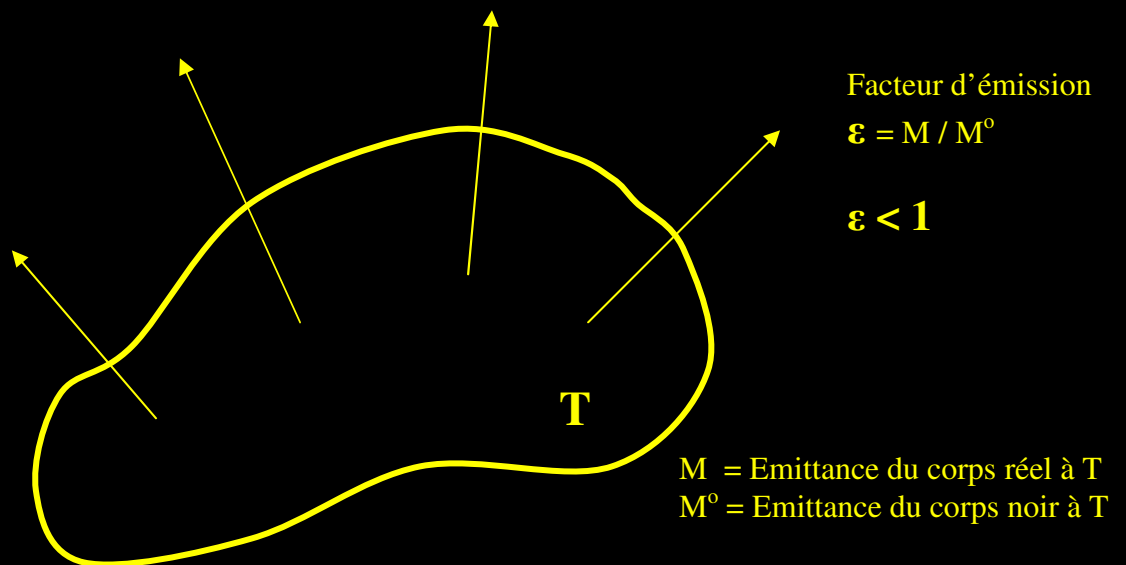
1° Pour un corps noir

$$\tau = \rho = 0$$

$\alpha = 1 \rightarrow$ Absorbeur parfait

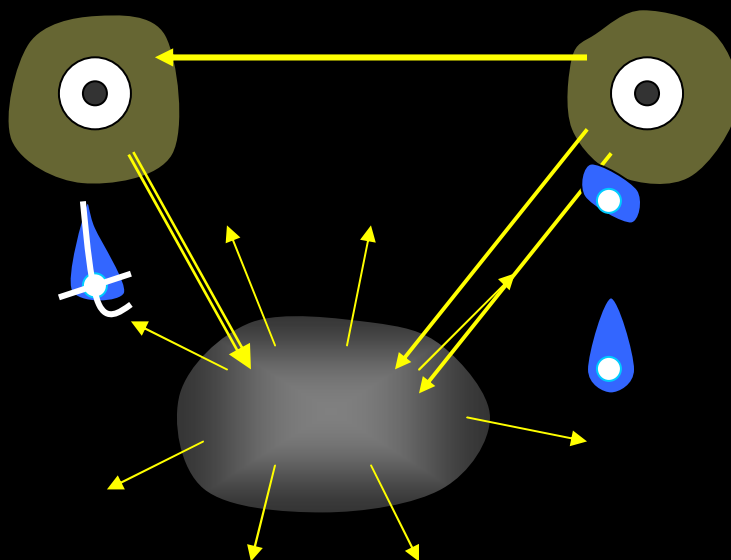


2° Le corps noir est un émetteur parfait



BILAN THERMIQUE

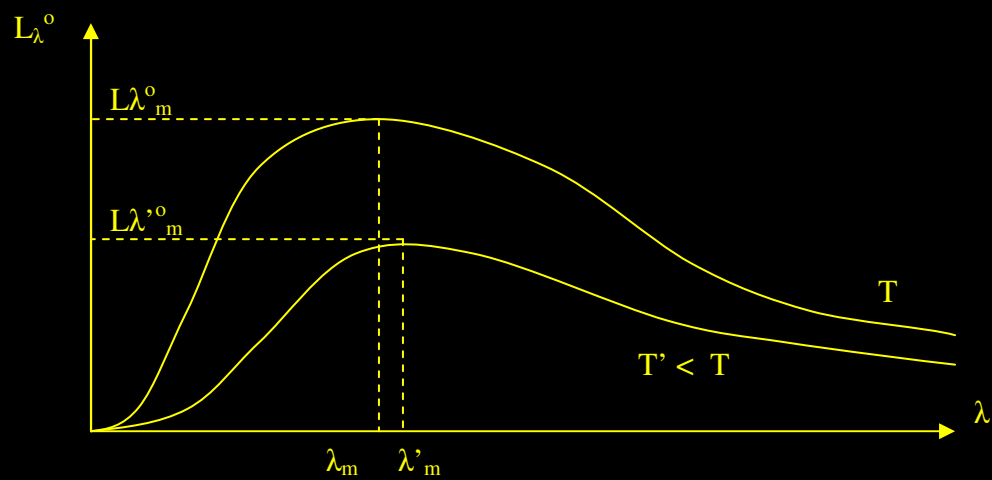
Ce qui compte ce sont les flux ABSORBES et EMIS



4 Lois régissent l'émission du corps noir

1° Loi de Planck :

Elle donne la luminance monochromatique du corps noir à la température T en fonction de la longueur d'onde



2° Première loi de WIEN

→ Donne le déplacement de la position du maximum

→ Recherche les conditions qui annulent la dérivée de la loi de Planck

$$\lambda_m \cdot T = 2898 = \text{Constante}$$

μm $^{\circ}\text{K}$

3° Deuxième loi de WIEN

→ Donne la valeur de la luminance pour le maximum

$$L_{\lambda_m}^0$$

4° Loi de STEFAN – BOLTZMAN

→ Donne l'intégrale

$$M^0 = \Pi \cdot L^0 \text{ (Emission Isotrope)}$$

$$M^0 = \sigma \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 \cdot \text{K}^4 = \text{constante}$$

$$M^0 = \Pi \int_0^\infty L_\lambda^0 d\lambda$$

$$X = \lambda / \lambda_m$$

Z = intégrale jusqu'à λ / intégrale TOTALE

$$= \int_0^\lambda L_\lambda^0 d\lambda / \int_0^\infty L_\lambda^0 d\lambda$$

$$= \int_0^\lambda M_\lambda^0 d\lambda / \int_0^\infty M_\lambda^0 d\lambda$$

Exemple :

Calculer les pourcentages « énergie » émise par le soleil dans les domaines :

- U. V.
- Visible
- I.R.

On considère que le soleil rayonne comme un corps noir à 5800 °K

a) U.V. $\lambda = 0.39 \rightarrow X = \lambda / \lambda_m$

$$\lambda_m = 2898 / 5800 = 0.5$$

$$X = 0.39 / 0.5 = 0.78$$

$$Z = 0.1123 = 11.23 \%$$

b) I.R. $\lambda = 0.78 \rightarrow X = \lambda / \lambda_m$

$$\lambda_m = 2898 / 5800 = 0.5$$

$$X = 0.78 / 0.5 = 1.56$$

$$Z = 0.5674 \Rightarrow 100 - 56.74 = 43.26 \%$$

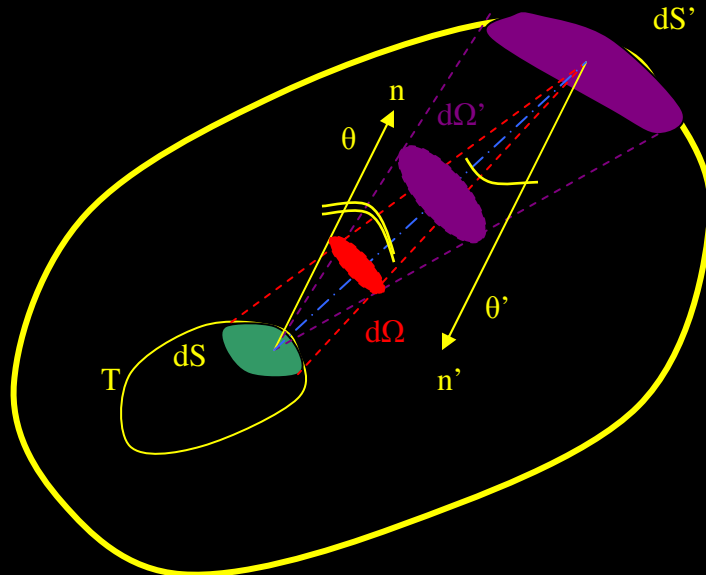
$$c) \text{ Visible } \lambda = 0.55 \rightarrow X = \lambda / \lambda_m$$

$$\lambda_m = 2898 / 5800 = 0.5$$

$$X = 0.55 / 0.5 = 1.10$$

$$Z = 100 - (43.26 + 11.23) = 45.51$$

5° Elle est relative à l'émission de corps réel



a) Flux émis par le corps réel

$$d^2 \Phi_{\lambda dS \rightarrow dS'} = \epsilon_{\lambda,ox} \cdot L_{\lambda}^o \cdot dS \cdot \cos \theta \cdot dS' \cdot \cos \theta' / r^2$$

b) Flux absorbé par le corps réel

$$d^2 \Phi_{\lambda dS' \rightarrow dS} = \alpha_{\lambda,ox} \cdot L_{\lambda}^o \cdot dS' \cdot \cos \theta' \cdot dS \cdot \cos \theta / r^2$$

Equilibre
Thermique

$$\alpha_{\lambda,ox} = \epsilon_{\lambda,ox}$$

(loi de KRICHOFF)

Cas particuliers : Corps gris et diffusant

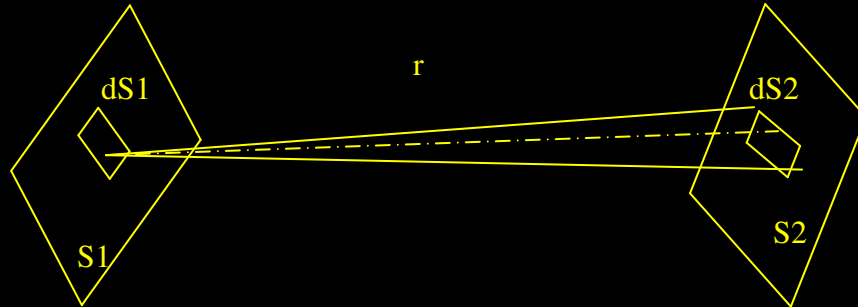
$$\alpha = \epsilon < 1$$

Corps noir

$$\alpha = \varepsilon = 1$$

Echange radiatif entre surfaces noires ($\alpha = \varepsilon = 1$) séparées par un milieu parfaitement transparent

Notion de Facteur de Forme Géométrique



Flux envoyé par dS1 vers dS2

$$d^2\Phi_{12} = L^o_1 dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2 / r^2$$

$$d^2\Phi_{12} = M^o_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 / \Pi r^2) dS_1 dS_2$$

Flux émis par dS1 vers dS2

$$d\Phi_{12} = \int_{S_2} d^2\Phi_{12}$$

Flux émis par S1 vers S2

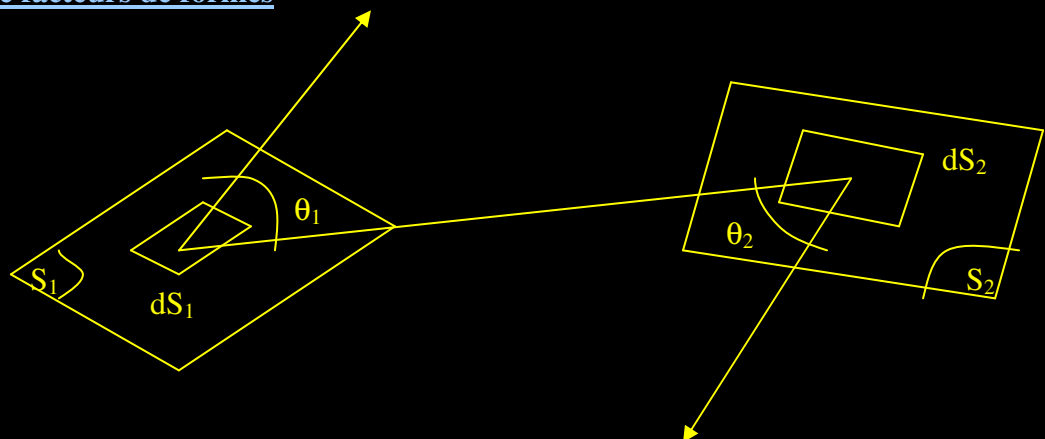
$$\Phi_{12} = \int_{S_1} \int_{S_2} d^2\Phi_{12}$$

$$\Phi_{12} = M^o_1 / \Pi \int_{S_1} \int_{S_2} (\cos \theta_1 \cos \theta_2 / r^2) dS_1 dS_2$$

$$\Phi_{12} = M^o_1 S_1 F_{12}$$

$$F_{12} = (1 / S_1) \int_{S_1} \int_{S_2} (\cos \theta_1 \cos \theta_2 / \Pi r^2) dS_1 dS_2$$

Relation entre facteurs de formes



$$S_1 F_{12} = \int_{S_1} \int_{S_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 / \Pi r^2 \, dS_1 dS_2$$

$$S_2 F_{21} = \int_{S_1} \int_{S_2} \cos \theta_2 \cos \theta_1 / \Pi r^2 \, dS_2 dS_1$$

1) Relation de réciprocités

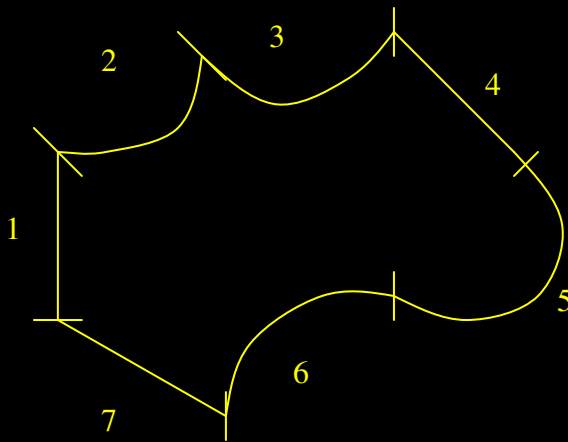
$$S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$$

2) Relation d'addition à partir d'une surface ou plusieurs surfaces

Enceinte

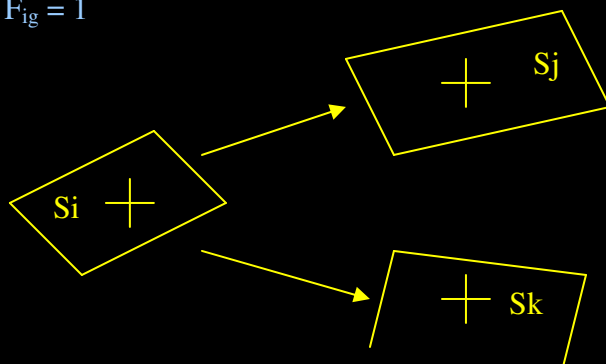
$$F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{16} + F_{17} + F_{11} = 1$$

$F_{11} = 0$ si la surface est plane ou convexe
 $\neq 0$ si la surface est concave



Généralisation :

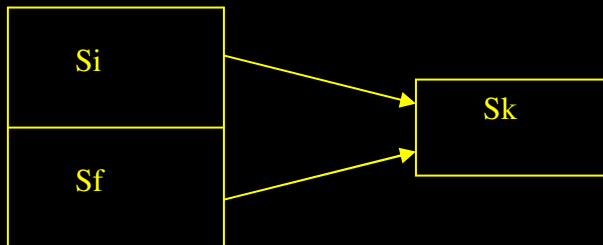
$$\sum_{i=1}^n F_{ig} = 1$$



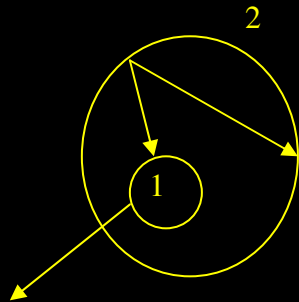
$$F_{i,j+k} = F_{ij} + F_{ik}$$

3) Relation d'addition à partir de 2 surfaces vers 1 surface

$$S_{i+j,k} F_{i+j,k} = S_i F_{ik} + S_j F_{jk}$$



Exemple



Sphere de rayon
 $R_1 < R_2$

Sphere de rayon R_2
Trouver le facteur de Forme F_{22}

$$F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{22} = 1 - F_{21}$$

$$= 1 - S_1/S_2 * F_{12}$$

$$F_{22} = 1 - (R_1/R_2)^2$$

Bilan entre les deux surfaces S_1 et S_2 pour la surface S_1

Φ_{net} = flux reçu par S_1 – flux perdu par S_1

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r \sin \psi d\psi d\theta = S_2 F_{21} M_2^0 - S_1 F_{12} M_1^0$$

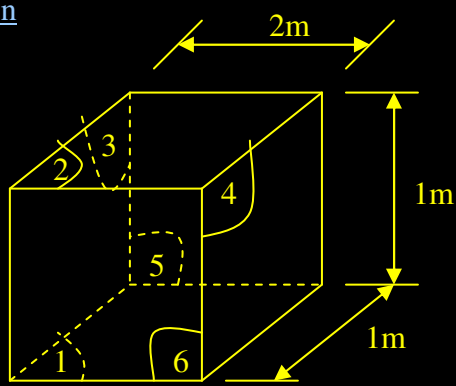
$$= S_1 F_{12} (M_2^0 - M_1^0)$$

$$\int_0^{2\pi} [-r \cos \psi]_0^{\pi} d\theta = S_2 F_{12} \sigma (T_2^4 - T_1^4)$$

$$= S_2 F_{21} (M_2^0 - M_1^0)$$

$$\int_0^{2\pi} [2r] d\theta = S_2 F_{21} (T_2^4 - T_1^4)$$

Application



S_1 = base à 100°C
 S_2 = « plafond » à 20°C
 Quel est le flux net entre S_1 et S_2
 $F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{16} = 1$
 $F_{11} = 0$
 $F_{12} = 1 - 2(F_{13} + F_{15})$

$$\begin{aligned}
\Phi_{\text{net}} &= \text{flux reçu par S1} - \text{flux perdu par S1} \\
&= S_1 F_{12} \sigma T_1^4 - S_2 F_{21} \sigma T_2^4 \\
&= S_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \\
&= 327 \text{ W}
\end{aligned}$$

On suppose que $S_6 = 50^\circ \text{ C}$

Quel est le flux perdu par S6 vers S3

$$\Phi_{63} = S_6 F_{63} \sigma T_6^4$$

$$F_{63} = F_{13} = 0,12$$

$$\Phi_{63} = 2 \times 0,12 \times 2898 \times 323,15^4$$

$$\Phi_{63} = 148 \text{ W}$$

Nom du document : THERMIQUE.doc
Répertoire : G:\docu\etudes\cours maitrise\thermique
Modèle : E:\Documents and Settings\moi\Application
Data\Microsoft\Modèles\Normal.dot
Titre : THERMIQUE
Sujet :
Auteur : vaux
Mots clés :
Commentaires :
Date de création : 07/08/2004 10:39:00
N° de révision : 25
Dernier enregistr. le : 01/09/2004 04:43:00
Dernier enregistrement par : vaux
Temps total d'édition :832 Minutes
Dernière impression sur : 10/01/2006 23:13:00
Tel qu'à la dernière impression
Nombre de pages : 18
Nombre de mots : 1 612 (approx.)
Nombre de caractères : 8 867 (approx.)